

Восстановление формы сильно зашумленного сигнала на основе интегро-дифференциального преобразования и аппроксимации интегральной кривой

Р.Ю. Голиков^{1}, И.Р. Ляпина¹, И.А. Коростелкина^{1,2}, Ж.В. Мекшенева¹*

¹ *Университет «Синергия», Москва, Россия*

² *Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева, Орел, Россия*

* *rgolikov@yandex.ru*

Аннотация. В области цифровой обработки сигналов восстановление их формы при высоком уровне помеховой составляющей представляет собой одну из основных проблем. Ее актуальность обусловлена широким применением цифровых технологий, и особенно остро она стоит в тех сферах, где воздействие помех неизбежно влияет на качество регистрации, распознавания и интерпретации сигналов. Распространенной разновидностью помех естественного происхождения является тепловой шум, непосредственно связанный с работой измерительно-регистрирующей аппаратуры. Полностью избавиться от этого вида шума невозможно, однако современные методы цифровой обработки способны значительно снизить его негативное влияние. В настоящее время внимание исследователей всё больше направлено на разработку эвристических алгоритмов, которые представляют собой альтернативные способы подавления шумовой составляющей и сохранения формы полезного сигнала. Такие алгоритмы характеризуются способностью находить приближенные решения там, где традиционные аналитические и технические методы теряют свою эффективность. Они ориентированы на адаптацию к стохастическому характеру теплового шума и предлагают разумный компромисс между трудоемкостью и точностью воспроизведения полезного сигнала. Данная статья является продолжением ранее опубликованных исследований по разработке эвристических алгоритмов восстановления формы сильно зашумленных дискретных сигналов. Ее цель – предложить альтернативный подход к решению этой задачи, основанный на идее последовательного применения операций численного интегрирования и дифференцирования, объединенных процедурой аппроксимации интегральной кривой. В результате устраняется влияние шумовой компоненты, восстановленный сигнал сохраняет информационные компоненты полезного сигнала. Эффективность предложенного алгоритма определялась по тестовому сигналу с наложением искусственного шума, моделируемого при помощи компьютерной симуляции генератора псевдослучайных чисел. Полученные результаты сравнились с двумя ранее разработанными эвристическими алгоритмами: на основе кусочно-линейной аппроксимации методом наименьших квадратов и на основе усреднения мгновенных значений сигнала на участках разбиения. Анализ продемонстрировал, что разработанный алгоритм сравним по точности с этими алгоритмами, однако отличается большей эффективностью при обработке дискретных аperiодических сигналов с естественным зашумлением.

Ключевые слова: цифровая обработка, эвристический алгоритм, сигнал, шум, оцифровка, аппроксимация, интерполяция, точность, относительная погрешность, стохастический характер

Для цитирования: Голиков Р.Ю., Ляпина И.Р., Коростелкина И.А., Мекшенева Ж.В. Восстановление формы сильно зашумленного сигнала на основе интегро-дифференциального преобразования и аппроксимации интегральной кривой // Прикладная информатика. 2025. Т. 20. № 6. С. 52–64. DOI: 10.37791/2687-0649-2025-20-6-52-64

© Голиков Р.Ю., Ляпина И.Р., Коростелкина И.А., Мекшенева Ж.В., 2025.

Highly noisy signal waveform restoration based on integro-differential transform and integral curve approximation

R. Golikov^{1*}, I. Lyapina¹, I. Korostelkina^{1,2}, Zh. Meksheneva¹

¹Synergy University, Moscow, Russia

²Orel State University named after I. S. Turgenev, Orel, Russia

*rgolikov@yandex.ru

Abstract. In the field of digital signal processing, restoring their shape at a high level of noise component is one of the main problems. Its relevance is due to the widespread use of digital technologies and it becomes particularly acute in those areas where interference inevitably affects the registration quality, recognition, and signals interpretation. A common type of naturally occurring interference is thermal noise, which is directly related to the measuring operation and recording equipment. It is impossible to completely eliminate this noise kind, but modern digital processing methods are capable of significantly reducing its negative impact. Currently, researchers' attention is increasingly focused on developing heuristic algorithms that represent alternative ways of suppressing the noisy component while preserving the useful signal's form. These algorithms are characterized by their ability to find approximate solutions where traditional analytical and technical methods lose their effectiveness. They are aimed at adapting to the stochastic nature of thermal noise and offer a reasonable compromise between labor intensity and the useful signal reproduction accuracy. This article continues previous published research into the heuristic algorithms development for recovering the shape of heavily distorted discrete signals. The goal is to propose an alternative approach to solving this problem based on the sequential application idea of numerical integration and differentiation operations combined with integral curve approximation procedure. As a result, the noise component influence is eliminated, and the restored signal retains information components of the useful signal. The proposed algorithm efficiency was determined using a test signal superimposed with artificial noise simulated via computer simulation of a pseudo-random number generator. The results were compared with two previously developed heuristic algorithms: one based on piecewise linear approximation by least squares method and another based on averaging instantaneous values of the signal over partition intervals. Analysis demonstrated that the developed algorithm compares favorably in terms of accuracy with these algorithms, but differs in greater efficiency when processing discrete nonperiodic signals with natural noise contamination.

Keywords: digital processing, heuristic algorithm, signal, noise, digitization, approximation, interpolation, accuracy, relative error, stochastic nature

For citation: Golikov R., Lyapina I., Korostelkina I., Meksheneva Zh. Highly noisy signal waveform restoration based on integro-differential transform and integral curve approximation. *Prikladnaya informatika*=Journal of Applied Informatics, 2025, vol.20, no.6, pp.52-64 (in Russian). DOI: 10.37791/2687-0649-2025-20-6-52-64

© Golikov R., Lyapina I., Korostelkina I., Meksheneva Zh., 2025.

Введение

Восстановление формы сигналов является одной из ключевых проблем в области получения, обработки и анализа информации, особенно

когда речь идет о сигналах с крайне низким отношением «полезный сигнал – шум» (Signal-to-Noise Ratio, SNR). Эта проблема приобретает всё большую актуальность в различных областях науки и техники, включая радиофизику, астро-

номию и сейсмологию, радиосвязь, телекоммуникации, автоматику технических систем и многие другие области, где работа с сигналами подвержена воздействию помех различного происхождения. Так, например, в радиоастрономии приемники антенн регистрируют сигналы от далеких космических объектов, мощность которых ничтожна по сравнению с фоном космического излучения и внутренними шумами аппаратуры [1]. В системах радиосвязи сигналы подвержены затуханию, перетражению, многолучевому распространению и другим факторам, значительно ухудшающим SNR.

Ситуация осложняется, когда основным источником помех является тепловой шум, возникающий внутри самой измерительной аппаратуры. Этот вид шума является основным источником помех в большинстве электронных схем и представляет собой случайный процесс, обусловленный хаотическим движением электронов в проводниках и полупроводниковых элементах. Накладываясь на полезный сигнал, он делает его практически неразличимым на фоне помех и зачастую определяет фактические пределы чувствительности измерительных устройств [2]. Тепловой шум, или аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ), невозможно устранить полностью, однако можно минимизировать его влияние путем правильного проектирования аппаратуры и использования современных методов цифровой обработки сигналов (ЦОС) [3, 4]. Ключевой особенностью АБГШ является нормальный закон распределения его мгновенных значений, что позволяет применять статистические методы и для его моделирования, и для его компенсации. Все эти обстоятельства делают

цифровое восстановление зашумленных сигналов крайне важным направлением современных исследований и разработок.

Традиционные методы линейной и полосовой фильтрации эффективны лишь до определенного предела, после которого дальнейшее улучшение SNR становится невозможным без значительных потерь полезной информации [5]. Для решения этой проблемы активно разрабатываются и внедряются новые математические и программные методы, обеспечивающие более эффективное подавление шума и восстановление исходной формы сигнала [6]. В последнее время в решении этой задачи всё большее внимание уделяется эвристическим подходам. Их особенность заключается в способности находить субоптимальные решения в ситуациях, где аналитические методы не дают желаемого результата или слишком сложны. Эвристические алгоритмы используют интуитивные предположения, упрощающие вычислительные процессы и позволяющие адаптироваться к структуре и специфическим особенностям конкретных типов сигналов с тем, чтобы восстанавливать их с минимальными потерями и искажениями, несмотря на наличие значительной помеховой составляющей. Эти алгоритмы играют особую роль в обработке дискретных сигналов аперидической формы, для которых необходимо учитывать их частотные характеристики. Примеры разработки и анализа эффективности таких алгоритмов применительно к импульсным сигналам аперидической формы представлены в работах [7, 8].

Данная статья посвящена дальнейшему исследованию возможностей цифровых методов восстановления однократных импульсных сигналов с крайне низким SNR

в условиях преобладания АГБШ. Ее цель состоит в разработке альтернативного подхода к восстановлению сильно зашумленного дискретного сигнала на основе взаимной обратности операций интегрирования и дифференцирования путем аппроксимации формы интегральной кривой.

Тестовый сигнал с искусственным шумовым фоном

Как известно, основным недостатком эвристического подхода к восстановлению сильно зашумленных сигналов является отсутствие детерминированности. Это не позволяет судить о том, какой из применяемых алгоритмов дает наилучший результат в решении конкретной задачи. Эффективный способ преодоления этого недостатка базируется на методе аналогии и состоит в сравнении формы восстановленного сигнала с эталоном. Решение этой задачи ранее рассматривалось в работе [8], где для количественной оценки точности выделения полез-

ного сигнала в качестве такого эталона формировался тестовый аperiодический сигнал сложной формы и с заданными амплитудно-временными параметрами. Далее на него накладывалась искусственная шумовая дорожка, созданная при помощи генератора псевдослучайных чисел (ГПСЧ). Проведенные в работе [8] исследования показали, что такой вид шума по статистическим и частотным характеристикам случайной последовательности мгновенных значений аналогичен природному АГБШ. Формы тестового сильно зашумленного сигнала и его полезной составляющей нормированы относительно наибольшего амплитудного значения и с незначительными изменениями редакционного характера заимствованы из работы [8] (рис. 1).

Полезная составляющая тестового сигнала рисунка 1 отражает неустановившийся и затухающий по амплитуде квазипериодический процесс, поэтому для удобства количественной оценки формы

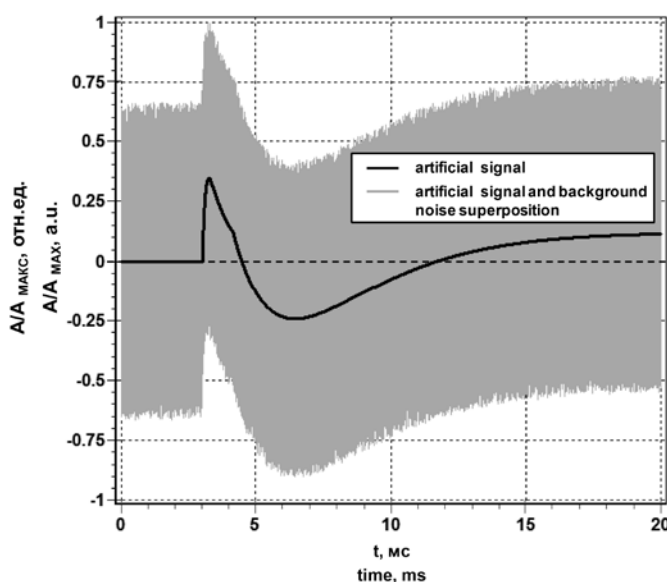


Рис. 1. Искусственный полезный сигнал с наложением искусственного шумового фона

Fig. 1. Artificial useful signal with artificial background noise overlay

импульса он был разделен на три условных квазиполупериода колебаний: первый (положительной полярности), второй (отрицательной полярности) и третий (неполный, положительной полярности). При этом каждый из них характеризуется собственными параметрами: амплитудой A (наибольшим значением, достигаемым за время действия сигнала), длительностью фронта t_{ϕ} (интервалом времени нарастания от 0,1 до 0,9 амплитудного значения), длительностью импульса $t_{и}$ (интервалом времени, в течение которого значение сигнала превышает половину амплитудного значения), а также длительностью импульса $t_{0,1}$ на уровне 0,1 (интервалом времени, в течение которого значение сигнала превышает 0,1 амплитудного значения) [9]. Временные параметры полезной составляющей тестового сигнала представлены в таблице 1, заимствованной из работы [8] с изменениями, состоящими в нормировании амплитуд второго и третьего квазиполупериодов по амплитудному значению первого.

SNR тестового сигнала, приведенного на рисунке 1, определим по формуле

$$SNR = 20 \lg \frac{A_{\text{signal}}}{A_{\text{noise}}}, \quad (1)$$

где A_{signal} – амплитуда полезного сигнала; A_{noise} – амплитуда шума.

Таким образом, SNR сформированного тестового сигнала составляет $-5,5$ дБ, что

говорит о значительном преобладании в нем помеховой составляющей.

Удаление шумовой составляющей в тестовом сигнале путем аппроксимации интегральной кривой

Известно, что мгновенные значения АБГШ являются результатом случайных флуктуаций около нуля и при суммировании складываются алгебраически, т.е. частично компенсируют друг друга. Это позволяет использовать стохастический характер АБГШ для уменьшения его влияния на полезный сигнал [7, 8]. Операция суммирования возникает естественным образом при численном интегрировании функций. В случае дискретного сигнала $f(t)$ конечной длительности получение его первообразной $F(t)$ (интегральной кривой) сводится к вычислению определенного интеграла с переменным верхним пределом:

$$F(t_i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} f(t) dt, \quad (2)$$

где $F(t_i)$ – текущее значение первообразной дискретного сигнала;

$$t_i = 1, 2, \dots, n.$$

Пренебрегая искажением, вносимым неидеальной измерительной системой, зарегистрированный дискретный сигнал $f(t)$ можно представить как суперпозицию функций:

Таблица 1. Параметры искусственного полезного сигнала

Table 1. Artificial useful signal parameters

Квазиполупериод <i>Quasi semiperiod</i>	A , отн. ед. <i>A, a. u.</i>	t_{ϕ} , мс <i>rise time, ms</i>	$t_{и}$, мс <i>pulse width, ms</i>	$t_{0,1}$, мс <i>pulse width 0,1, ms</i>
I	1	0,135	0,85	1,39
II	-0,702	1,14	4,21	6,53
III (неполный)	0,331	5,32	–	–

$$f(t) = \chi(t) + \zeta(t), \quad (3)$$

где $\chi(t)$ – функция полезного сигнала;
 $\zeta(t)$ – функция АБГШ.

С учетом (3) выражение (2) можно записать в виде

$$F(t_i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \chi(t) dt + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \zeta(t) dt. \quad (4)$$

У дискретных сигналов отсутствует какая-либо информация между соседними значениями, и при построении графика их последовательно соединяют отрезками прямых линий, поэтому для вычисления каждого слагаемого в правой части выражения (4) будет логично применить метод трапеций. Поскольку каждый определенный интеграл в выражении (4) вычисляется по двум узлам, формула метода трапеций сводится к формуле средних прямоугольников, а текущие значения интегральной кривой дискретного сигнала $F(t_i)$ будут соответствовать середине промежутка между отсчетами. При этом погрешность вычисления определяет ис-

ключительно частота дискретизации исходного сигнала $f(t)$, вследствие чего применение методов интегрирования более высокого порядка точности не имеет практического смысла [10, 11]. С учетом изложенного получим приближенное равенство:

$$F(t_{0,5i}) \approx (\chi_{0,5i} + \zeta_{0,5i}) \cdot (t_i - t_{i-1}). \quad (5)$$

Процедура интегрирования по выражению (5) может выполняться как с равномерным, так и с неравномерным шагом. В силу стохастического характера АБГШ слагаемые $\chi_{0,5i}$ оказывают существенно меньшее влияние на текущие значения интегральной кривой $F(t_{0,5i})$, за исключением участка задержки сигнала, где слагаемые $\zeta_{0,5i}$ равны нулю. На рисунке 2 представлены интегральные кривые тестового сигнала рисунка 1 и его полезной составляющей. Их амплитуды получены относительно соответствующих значений рисунка 1.

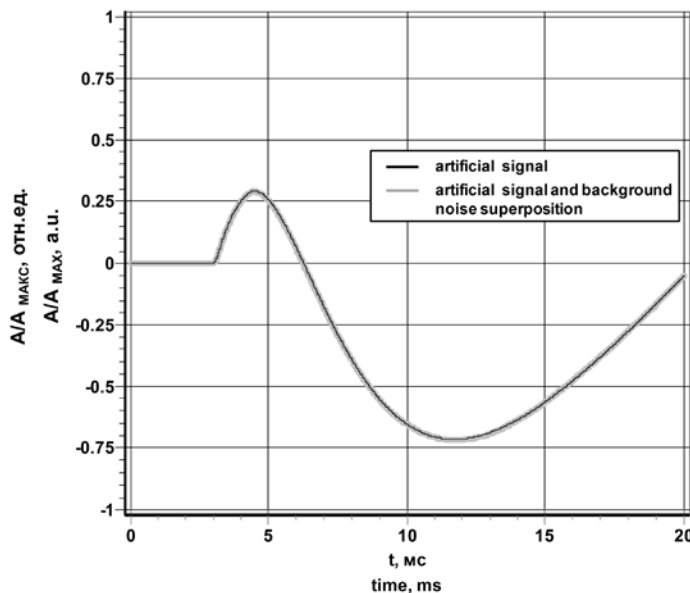


Рис. 2. Интегральные кривые тестового сигнала и его полезной составляющей

Fig. 2. Integral curves of the test signal and its useful component

На рисунке 2 видно, что, несмотря на крайне низкое значение SNR тестового сигнала, интегральные кривые визуально неотличимы. Это позволяет считать интегральную кривую тестового сигнала достаточно сглаженной, хотя она и содержит информацию о шумовой составляющей. В контексте обработки данных сглаженность функции означает минимизацию резких переходов или неровностей на графике, делая его более плавным. Убрать из интегральной кривой лишнюю информацию о шуме позволяет оцифровка графика [12]. Она представляет собой отдельную процедуру с использованием специальных программ, их задача сводится к получению массива числовых данных посредством определения координат точек функции по ее изображению с привязкой к опорным значениям на осях координат [13, 14].

Эту задачу целесообразно выполнять в два этапа. На первом этапе на график интегральной кривой наносятся опорные точки, отражающие характерные участки

изменения функции. Как правило, такие точки распределяются по графику с неравномерным шагом¹. На втором этапе для повышения точности дальнейшей обработки функции выполняется сгущение ее узловых значений с равномерным шагом, что предпочтительнее для процедуры численного дифференцирования, которая выполняется на заключительном этапе [10]. В результате из оцифрованной интегральной кривой получается восстановленный дискретный сигнал, очищенный от шумовой составляющей. Результаты восстановления полезной составляющей из тестового сигнала представлены на рисунке 3. Амплитуды сигналов нормированы относительно наибольшего значения.

¹ Программа для оцифровки графиков Мультискан // Проект «РЗА». URL: <https://pro-rza.ru/multiskan-digitize-it/> (дата обращения: 25.07.2025); Программа для цифрового преобразования – оцифровка сканированного графика или диаграммы в (x, y)-данные // DigitizeIt. URL: <https://www.digitizeit.xyz/ru/> (дата обращения: 25.07.2025).

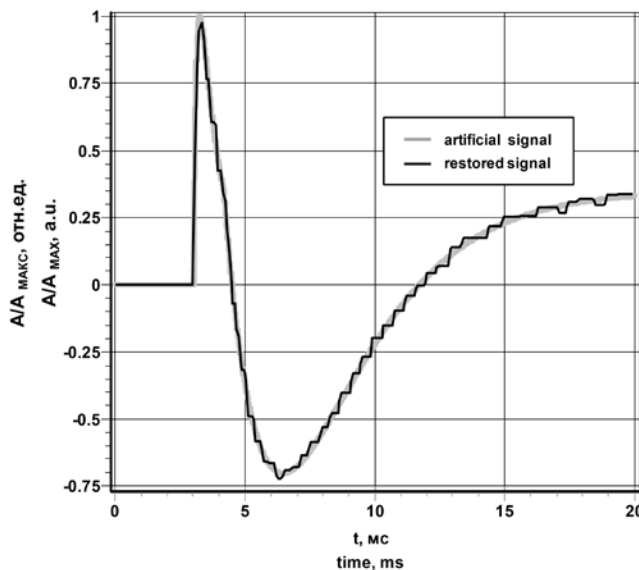


Рис. 3. Полезный сигнал, восстановленный путем аппроксимации интегральной кривой

Fig. 3. Useful signal reconstructed by approximating the integral curve

Для представления интегральной кривой тестового сигнала (рис. 2) было выбрано 60 точек оцифровки с неравномерным шагом. Они выбирались в ручном режиме с возможностью корректировки положения. В результате сгущения методом линейной интерполяции получен массив из 240 точек с равномерным шагом. Следует заметить, что применение для этих целей кубических сплайнов при резких изменениях значений на отдельных участках оцифрованной кривой в результате дает неконтролируемые выбросы на графике восстановленного полезного сигнала [15, 16]. Из этого следует, что главным источником ошибки данного алгоритма является погрешность оцифровки интегральной кривой.

Оценка точности восстановления полезной составляющей тестового сигнала эвристическими алгоритмами

Описанная процедура восстановления формы сильно зашумленного сигнала принципиально отличается от двух ранее разработанных в работе [8] эвристических алгоритмов. Первый из них основан на аппроксимации формы полезного сигнала кусочно-линейной функцией, параметры которой определяются по методу наименьших квадратов. Этот алгоритм выполняет разбиение всего сильно зашумленного сигнала на отдельные участки с одинаковым количеством отсчетов и замену мгновенных значений сигнала значениями линейной функции таким образом, чтобы сумма квадратов их отклонений от истинного значения была наименьшей [7]. Второй, более простой, алгоритм основан на замене мгновенных значений сильно зашумленного сигнала их средним арифметическим значением на участках с одинаковым коли-

чеством отсчетов. В отличие от алгоритма кусочно-линейной аппроксимации, сохраняющего частоту дискретизации исходного сигнала, алгоритм усреднения уменьшает ее обратно пропорционально количеству отсчетов на каждом участке [8]. Оценка точности этих двух алгоритмов предполагала необходимый этап определения оптимального количества отсчетов, обеспечивающих наименьшую относительную погрешность δ определения амплитудно-временных параметров первого квазипериода полезной составляющей тестового сигнала, изображенного в данной статье на рисунке 1 [8]. Рассмотренный выше новый эвристический алгоритм восстановления на основе интегро-дифференциального преобразования и аппроксимации интегральной кривой позволяет дополнить и обобщить ранее полученные результаты сравнительного анализа. Обновленные данные представлены в таблице 2, и, в отличие от их предыдущей публикации в работе [8], для удобства анализа в ней приведены только относительные погрешности определения заданных амплитудно-временных параметров.

По данным таблицы 2 можно сделать вывод, что погрешности всех рассмотренных алгоритмов в целом соизмеримы, хотя по некоторым параметрам имеют заметные различия. По обобщенной оценке точности алгоритм, основанный на интегро-дифференциальном преобразовании и аппроксимации интегральной кривой, сопоставим с алгоритмом усреднения.

Восстановление формы полезной составляющей сигнала с естественным зашумлением

В качестве примера практического использования нового алгоритма, осно-

Таблица 2. Общие результаты определения параметров искусственного полезного сигнала
Table 2. General results of the artificial useful signal parameters determining

Алгоритм <i>Algorithm</i>	Квазиполупериод <i>Quasi semiperiod</i>	$\delta_A, \%$	$\delta_{t_0}, \%$	$\delta_{t_1}, \%$	$\delta_{t_{0,1}}, \%$
		$\delta_A, \%$	$\delta_{rise\ time}, \%$	$\delta_{pulse\ width}, \%$	$\delta_{pulse\ width\ 0,1}, \%$
Кусочно-линейная аппроксимация	I	2,9	6,7	4,4	0,7
	II	7,0	29,0	7,1	3,0
	III	14,5	5,0	–	–
Усреднение	I	0,6	0,7	2,6	0,7
	II	0,9	7,0	1,7	1,4
	III	7,7	1,7	–	–
Аппроксимация интегральной кривой	I	2,3	10,4	0	0,7
	II	2,6	0,9	3,6	0,8
	III	3,6	8,1	–	–

ванного на интегро-дифференциальном преобразовании и аппроксимации интегральной кривой, рассмотрим реальный сигнал аперидической формы, записанный цифровой регистрирующей аппаратурой (рис. 4) [7, 8].

Для сильно зашумленного сигнала, представленного на рисунке 4, SNR составляет $-6,4$ дБ. Интегральная кривая

этого сигнала была оцифрована по 62 точкам, а в результате сгущения узловых значений получено 250 точек с равномерным шагом. Результат восстановления полезной составляющей этого сигнала представлен на рисунке 5.

Для сравнения на рисунке 5 также представлен результат восстановления этого сигнала по алгоритму усреднения.

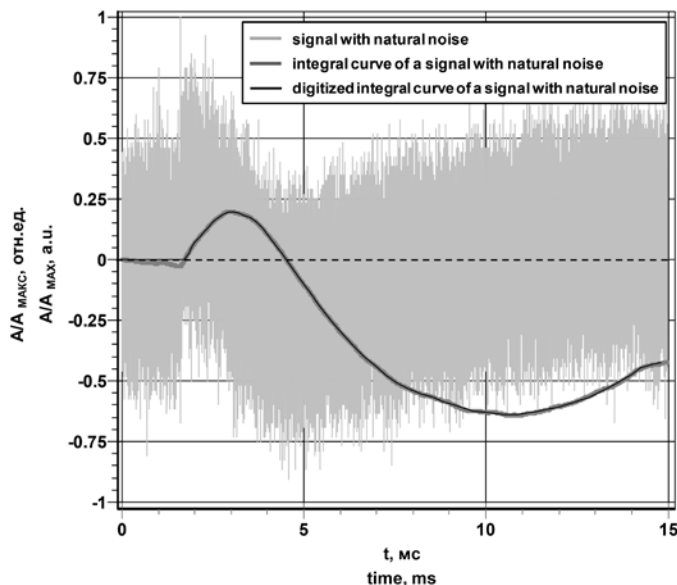


Рис. 4. Сигнал с естественным зашумлением, его интегральная кривая и оцифрованная интегральная кривая

Fig. 4. A signal with natural noise, its integral curve and a digitized integral curve

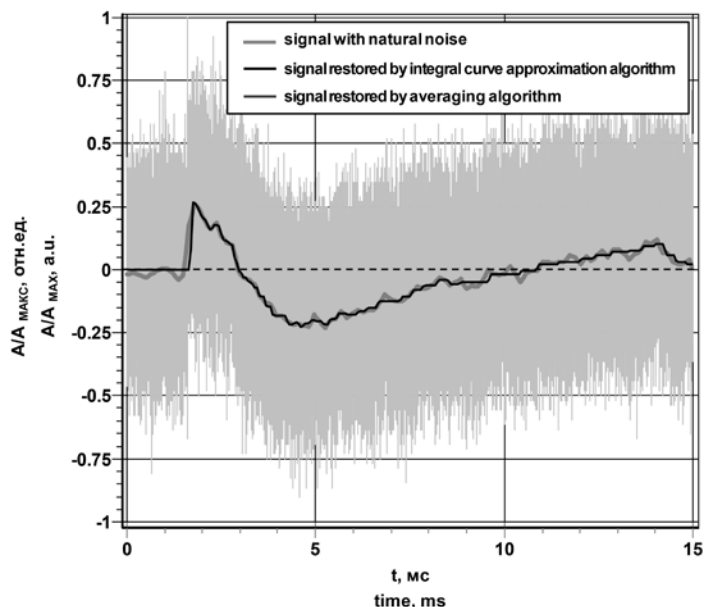


Рис. 5. Восстановление полезной составляющей из сигнала с естественным зашумлением

Fig. 5. Restoring the useful component from a signal with natural noise

Сравнивая формы восстановленной полезной составляющей, можно сделать вывод, что новый алгоритм, основанный на интегро-дифференциальном преобразовании и аппроксимации интегральной кривой, показывает большее правдоподобие результата, что хорошо видно по линии задержки сигнала. Кроме того, он отличается заметно большей сглаженностью полученной кривой, что немаловажно при дальнейшей аппроксимации формы восстановленного сигнала.

Заключение

Таким образом, предложенный алгоритм интегро-дифференциального преобразования и аппроксимации интегральной кривой позволяет эффективно обрабатывать дискретные сигналы с крайне низким SNR, сохраняя при этом информативность и структуру полезной составляющей. Это подтверждается результатами тестирования на эталонном сигнале с искусственным зашумлением при помощи ГПСЧ,

а также их сравнением с результатами применения к аналогичной задаче двух ранее разработанных эвристических алгоритмов: основанного на кусочно-линейной аппроксимации методом наименьших квадратов и на усреднении мгновенных значений сильно зашумленного сигнала на участках разбиения. Проведенный анализ показал, что все три эвристических алгоритма в целом сопоставимы по точности и позволяют получать приемлемые результаты.

Отличительная особенность нового алгоритма интегро-дифференциального преобразования и аппроксимации интегральной кривой состоит в том, что исходный дискретный сигнал подвергается численному интегрированию, результатом которого является значительно сглаженная интегральная кривая, содержащая информацию о шумовой составляющей. Благодаря оцифровке визуального изображения интегральной кривой, более сглаженной, чем получаемые усреднением ломаные

линии, информация о шумовой составляющей удаляется эффективнее, нежели в ранее разработанных алгоритмах. Процедура ручной оцифровки в местах резких изменений сигнала легко обеспечивает необходимую концентрацию точек, а для их сгущения применимы простые схемы линейной интерполяции. В итоге для восстановления формы реального аperiodического сигнала с естественным зашумлением данный алгоритм показывает большее правдоподобие конечного результата, чем другие алгоритмы. Кроме того, точность разработанного алгоритма определяется, главным образом, качеством оцифровки интегральной кривой, поэтому он имеет потенциальные возможности для дальнейшего совершенствования, чего лишены алгоритм кусочно-линейной аппроксимации и алгоритм усреднения.

Развитие цифровых технологий в дальнейшем позволит решать подобные задачи при помощи искусственного интел-

лекта. Появление новых и эффективных эвристических алгоритмов для восстановления формы полезной составляющей сильно зашумленных сигналов представляет собой важный аспект развития методов машинного обучения. Каждый алгоритм обладает своими особенностями и преимуществами, а возможность выбора улучшает способность системы адаптироваться к разным сценариям обработки для поиска оптимального решения конкретной задачи. Реальные сигналы часто подвержены воздействию случайных и систематических возмущений, которые негативно влияют на достоверность анализа. Применение различных эвристических подходов помогает уменьшить вероятность ложной оценки таких артефактов. Совмещение эвристических алгоритмов с классическими методами машинного обучения открывает новые возможности для построения интеллектуальных систем ЦОС, обладающих высокой точностью.

Список литературы

1. Лубышев Б.И., Обухов А.Г. Соотношение неопределенности в радиоастрономии // Вестник ИрГТУ. 2015. № 12 (107). С. 139–144.
2. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники. Ч. 1: Аналоговая: пер. с англ. – 3-е изд. – М.: БИНОМ, 2025. – 728 с.
3. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов. Практический подход / пер. с англ. под ред. А.В. Назаренко. – 2-е изд. – М.: Вильямс, 2018. – 992 с.
4. Оппенгейм А. Цифровая обработка сигналов / пер. с англ. под ред. А.С. Ненашева. – М.: Техносфера, 2006. – 856 с.
5. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / пер. с англ. А.А. Бритова. – 2-е изд. – М.: БИНОМ, 2007. – 652 с.
6. Сизиков В.С., Лавров А.В. Современные устойчивые математические и программные методы восстановления искаженных спектров // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18. № 6. С. 911–931. DOI: 10.17586/2226-1494-2018-18-6-911-931.
7. Голиков Р.Ю. Кусочно-линейная аппроксимация формы сильно зашумленного сигнала методом наименьших квадратов // Прикладная информатика. 2022. Т. 17. № 5. С. 116–124. DOI: 10.37791/2687-0649-2022-17-5-116-124.
8. Голиков Р.Ю., Мекшенева Ж.В., Молчанов И.И., Рынкова А.А. Оценка точности цифровой обработки сильно зашумленных сигналов с помощью эвристических алгоритмов // Прикладная информатика. 2023. Т. 18. № 5. С. 20–32. DOI: 10.37791/2687-0649-2023-18-5-20-32.
9. Межгосударственный стандарт ГОСТ 26.013–81 «Сигналы электрические с дискретным изменением параметров входные и выходные». – М.: ИПК Издательство стандартов, 2001. – 7 с.

10. Бахвалов Н. С., Жуков Н. П., Кобельков Г. П. Численные методы. – 9-е изд. – М.: Лаборатория знаний, 2020. – 636 с. [Электронный ресурс] // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <https://e.lanbook.com/book/126099> (дата обращения: 21.11.2025)..
11. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. – 8-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2022. – 672 с. [Электронный ресурс] // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210674> (дата обращения: 21.11.2025).
12. Голиков Р. Ю. Способ повышения качества оцифровки графических данных // Прикладная информатика. 2022. Т. 17. № 3. С. 97–104. DOI: 10.37791/2687-0649-2022-17-3-97-104.
13. Бочкарева Е. А. Сравнительный анализ программ оцифровки графиков [Электронный ресурс] // Современные научные исследования и инновации. 2015. № 11. URL: <https://web.snauka.ru/issues/2015/11/60095> (дата обращения: 25.07.2025).
14. Хитров И. В., Шустиков И. В. Оцифровка графиков в Spotlight. Пример решения прикладных задач при помощи ActiveX [Электронный ресурс] // CADmaster. 2011. № 5 (60). С. 94–95. URL: https://www.cadmaster.ru/magazin/articles/cm_60_20.html (дата обращения: 25.07.2025).
15. Балк П. И., Долгаль А. С. Сплайн-сглаживание экспериментальных данных при нулевом медианном значении помех // Автоматика и телемеханика. 2017. № 6. С. 138–156.
16. Воскобойников Ю. Е. Частотная модель сглаживающего кубического сплайна и ее характеристики // Современные наукоемкие технологии. 2022. № 5–1. С. 18–23. DOI: 10.17513/snt.39144.

Сведения об авторах

Голиков Руслан Юрьевич, ORCID 0000-0003-4574-8189, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики, Университет «Синергия», Москва, Россия, rgolikov@yandex.ru

Ляпина Инна Рафаильевна, ORCID 0000-0001-5250-9106, докт. экон. наук, доцент, профессор кафедры цифровой экономики, Университет «Синергия», Москва, Россия, innara_lapina@mail.ru

Коростелкина Ирина Алексеевна, ORCID 0000-0001-6275-5466, докт. экон. наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики, Университет «Синергия», Москва; профессор кафедры экономики, финансов и бухгалтерского учета, Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева, Орел, Россия, сакуга_04@mail.ru

Мекшенева Жанна Владимировна, ORCID 0000-0002-1716-7857, канд. экон. наук, доцент, заведующая кафедрой прикладной математики, Университет «Синергия», Москва, Россия, zhmeksheneva@synergy.ru

Статья поступила 29.08.2025, рассмотрена 24.09.2025, принята 10.11.2025

References

1. Lubyshev B., Obukhov A. Uncertainty relation in radio astronomy. *Vestnik IrGTU*=Proceedings of Irkutsk State Technical University, 2015, no.12(107), pp.139-144 (in Russian).
2. Horowitz P., Hill W. *Iskusstvo skhemotekhniki. Ch. 1: Analogovaya* [The art of circuit design. Part 1: Analog]. Trans. from English. 3rd edition. Moscow, BINOM Publ., 2025, 728 p.
3. Aificher E., Jervis B. *Tsifrovaya obrabotka signalov. Prakticheskiy podkhod* [Digital signal processing. A practical approach]. Transl. from English ed. by A. V. Nazarenko. 2nd edition. Moscow, Vil'yams Publ., 2018, 992 p.
4. Oppenheim A. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital signal processing]. Transl. from English ed. by A. S. Nenasheva. Moscow, Tekhno-sfera Publ., 2006, 856 p.
5. Lyons R. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital signal processing]. Transl. from English ed. by A. A. Britov. Moscow, BINOM Publ., 2007, 652 p.
6. Sizikov V. S., Lavrov A. V. Modern stable mathematical and software-based methods for distorted spectra restoration. *Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki*=Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics, 2018, vol.18, no.6, pp.911-931 (in Russian). DOI: 10.17586/2226-1494-2018-18-6-911-931.
7. Golikov R. Yu. Piecewise linear approximation of a highly noisy signal waveform using least squares method. *Prikladnaya informatika*=Journal of Applied Informatics, 2022, vol.17, no.5, pp.116-124 (in Russian). DOI: 10.37791/2687-0649-2022-17-5-116-124.

8. Golikov R., Meksheneva Zh., Molchanov I., Rynkova A. Accuracy estimating of highly noisy signals digital processing using heuristic algorithms. *Prikladnaya informatika*=Journal of Applied Informatics, 2023, vol.18, no.5, pp.20-32 (in Russian). DOI: 10.37791/2687-0649-2023-18-5-20-32.
9. *Mezhdgosudarstvennyi standart GOST 26.013–81 «Cignaly elektricheskie s diskretnym izmeneniem parametrov vkhodnye i vykhodnye»* [Interstate standard GOST 26.013–81. Electric signals with a discrete change in input and output parameters]. Moscow, *IPK Izdatel'stvo standartov* Publ., 2001, 7 p.
10. Bakhvalov N.S., Zhukov N.P., Kobelkov G.P. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. 9th edition. Moscow, *Laboratoriya znanii* Publ., 2020, 636 p. *Lan': elektronno-bibliotchnaya sistema*. Available at: <https://e.lanbook.com/book/126099> (accessed 21.11.2025)..
11. Demidovich B.P., Maron I.A. *Osnovy vychislitel'noi matematiki* [Fundamentals of computational mathematics]. 8th ed., rep. St. Petersburg, *Lan' Publ.*, 2022, 672 p. *Lan': elektronno-bibliotchnaya sistema*. Available at: <https://e.lanbook.com/book/210674> (accessed 21.11.2025).
12. Golikov R. A way to improve the quality of graphical data digitising. *Prikladnaya informatika*=Journal of Applied Informatics, 2022, vol.17, no.3, pp.97-104 (in Russian). DOI: 10.37791/2687-0649-2022-17-3-97-104.
13. Bochkareva E.A. Comparative analysis of the programs of digitizing graphs. *Sovremennyye nauchnyye issledovaniya i innovatsii*=Modern Scientific Researches and Innovations, 2015, no.11. Available at: <https://web.snauka.ru/issues/2015/11/60095> (accessed 25.07.2025) (in Russian).
14. Khitrov I.V., Shustikov I.V. *Otsifrovka grafikov v Spotlight. Primer resheniya prikladnykh zadach pri pomoshchi ActiveX* [Graphs digitization in Spotlight. An example of solving applied problems using ActiveX]. CADmaster, 2011, no.5(60), pp.94-95. Available at: https://www.cadmater.ru/magazin/articles/cm_60_20.html (accessed 25.07.2025).
15. Balk P.Ī., Dolgal' A.S. Spline smoothing for experimental data under zero median of the noise. *Avtomatika i telemekhanika*=Automation and Remote Control, 2017, no.6, pp.138-156 (in Russian).
16. Voskoboynikov Yu. Ye. Frequency model of a smoothing cubic spline and its characteristics. *Sovremennyye naukoymkiye tekhnologii*=Modern High Technologies, 2022, no.5-1, pp.18-23 (in Russian). DOI: 10.17513/snt.39144.

About the authors

Ruslan Yu. Golikov, ORCID 0000-0003-4574-8189, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Applied Mathematics Department, Synergy University, Moscow, Russia, rgolikov@yandex.ru

Innara R. Lyapina, ORCID 0000-0001-5250-9106, Dr. Sci. (Econ.), Associate Professor, Professor at Digital Economy Department, Synergy University, Moscow, Russia, innara_lapina@mail.ru

Irina A. Korostelkina, ORCID 0000-0001-6275-5466, Dr. Sci. (Econ.), Professor, Applied Mathematics Department, Synergy University, Moscow; Professor at Economics, Finance and Accounting Department, Orel State University named after I. S. Turgenev, Orel, Russia, cakyr_04@mail.ru

Zhanna V. Meksheneva, ORCID 0000-0002-1716-7857, Cand. Sci. (Econ.), Associate Professor, Head of Mathematics Department, Synergy University, Moscow, Russia, zhmeksheneva@synergy.ru

Received 29.08.2025, reviewed 24.09.2025, accepted 10.11.2025